ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΠΕΜΠΤΗ 17/06/2021

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΟΜΑΔΑ ΚΑΘΗΓΗΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟΥ «ΕΞΕΛΙΞΗ»

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 65 ($1^{η}$ παράγραφος).

Α2. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 28.

Α3. **α.** Λ **β.** Σ **γ.** Λ

Α4. **α.** $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$, $x \neq 0$

β. $\left(x^{\nu}\right)' = \nu \cdot x^{\nu-1}$

γ. $\left(cf(x)\right)' = c \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Αφού η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα x΄x στο σημείο με τετμημένη 1, έχουμε ότι το $f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 - \alpha \cdot 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow 3 - \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = 3$, οπότε $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

Β2.

Για $\alpha = 3$: $f(x) = x^2 - 3x + 2$, $x \in \mathbb{R}$

Τότε $g(x) = \frac{f(x)}{x^2 - 1} = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$

Για να ορίζεται η g πρέπει και αρκεί $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$

Επομένως, $A_g = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΠΑ.Λ
Κεντρικό Διδακτήριο: Βασ. Αμαλίας 1 & Μιλτιάδου, Πλατεία ΗΣΑΠ Αμαρουσίου, 151 22 Μαρούσι
τηλ.-fax: 210 8028560, 210 6129412 • www.exelixi.edu.gr • info@ekpedefsi.gr

Β3.

Με x «κοντά» στο $x_0=1$, έχουμε: $\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1}=\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)}=\dfrac{x-2}{x+1}$

Οπότε : $\lim\limits_{x\to 1} g(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-2}{x+1}=-\dfrac{1}{2}$

Β4.

Έστω (ζ) : y = λ·x +β, η ζητούμενη εξίσωση εφαπτόμενης ευθείας της γραφικής παράστασης της f, στο σημείο της Μ (0, f(0)).

Είναι f (0) = 2, οπότε Μ (0, 2).

Και λ = $f'(0)$

Είναι $f'(x) = 2x - 3$, οπότε λ = $f'(0)$= -3

Επομένως (ζ) : y = 2·x +β και αφού το σημείο Μ (0, 2) είναι σημείο της ευθείας, οι συντεταγμένες του επαληθεύουν την εξίσωσή της, επομένως:

(ζ) : 2 = 2·0 + β ⇔ β = 2.

Τελικά, η ζητούμενη εξίσωση εφαπτόμενης ευθείας (ζ) : y = -3x + 2

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Είναι Χ «έτη υπηρεσίας εκπαιδευτικών»

Έχουμε ν = 50

Έτη Υπηρεσίας [,)	**Κεντρική τιμή x_i**	**Συχνότητα ν_i**	**Σχετική Συχνότητα f_i**	**α_i**
[4 , 8)	6	5	0, 1	36^o
[8 , 12)	10	15	0, 3	108^o
[12 , 16)	14	10	0, 2	72^o
[16 , 20)	18	20	0, 4	144^o
ΣΥΝΟΛΟ		ν = 50	1	360^o

$$f_i=\frac{\nu_i}{\nu}\Leftrightarrow \nu_i=f_i\cdot \nu$$

$\nu_2 = f_2\cdot\nu = 0,3 \cdot 50 = 15$

$v_3 = f_3 \cdot v = 0{,}2 \cdot 50 = 10$

$a_i = f_i \cdot 360$

$a_2 = f_2 \cdot 360 = 0{,}3 \cdot 360 = 108^o$

$a_3 = f_3 \cdot 360 = 0{,}2 \cdot 360 = 72^o$

Γ2.

Αφού θέλουμε το πλήθος των εκπαιδευτικών που έχουν συμπληρώσει τουλάχιστον 8 έτη υπηρεσίας , θα είναι $X \geq 8$

Επομένως το ζητούμενο πλήθος είναι $v_2 + v_3 + v_4 = 15 + 10 + 20 = 45$ εκπαιδευτικοί.

Γ3.

Αφού θέλουμε το ποσοστό των εκπαιδευτικών που έχουν συμπληρώσει υπηρεσία λιγότερη από 16, θα είναι $4 \leq X < 16$, επομένως :

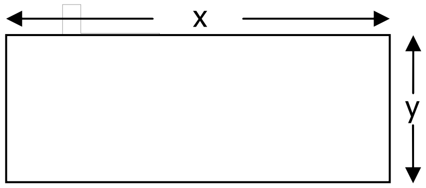
Το ζητούμενο ποσοστό είναι $f_1\,\% + f_2\,\% + f_3\,\% = 10\% + 30\% + 20\% = 60\%$

Γ4.

Το εμβαδό του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το άθροισμα των σχετικών συχνοτήτων. Άρα $E = 1$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



$x, y > 0$

Είναι $2x + 2y = 80 \Rightarrow x + y = 40 \Rightarrow y = 40 - x$ (1)

Το εμβαδόν του οικοπέδου ως συνάρτηση του x είναι:

$E = xy \overset{(1)}{=} x(40 - x) = -x^2 + 40x$

Άρα $E(x) = -x^2 + 40x$

Λόγω της (1) κι αφού $y > 0$ πρέπει και $40 - x > 0 \Leftrightarrow x < 40$

Άρα $D_E = (0, 40)$

Δ2.

E παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική με $E'(x) = -2x + 40$

$E'(x) = 0 \Rightarrow -2x + 40 = 0 \Rightarrow x = 20$

Κεντρικό Διδακτήριο: Βασ. Αμαλίας 1 & Μιλτιάδου, Πλατεία ΗΣΑΠ Αμαρουσίου, 151 22 Μαρούσι
τηλ.-fax: 210 8028560, 210 6129412 • www.exelixi.edu.gr • info@ekpedefsi.gr

x	0		20		40
E'(x)		+	0	-	
E		↗	M	↘	

Η Ε είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα (0, 20] και γνησίως φθίνουσα στο [20, 40)

Δ3.

Το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο για x = 20. Η μέγιστη τιμή του οικοπέδου είναι το

$$\begin{aligned} E(20) &= -20^2 + 40\cdot 20 \\ &= -400 + 800 \\ &= 400\ m^2 \end{aligned}$$

Δ4.

Εφόσον τα οικόπεδα Α και Β είναι σχήματος ορθογωνίου με περίμετρο 80 m, το εμβαδόν του κάθε ένα δίνεται από τη συνάρτηση Ε.

Επιπλέον όμως η Ε είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα [20, 40), όπου ανήκουν τα 29,5 και 34,2.

Άρα $29,5 < 34,2 \overset{E\searrow}{\Leftrightarrow} E(29,5) > E(34,2)$

Συνεπώς το οικόπεδο Α έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν.