ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΣΑΒΒΑΤΟ 8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης $f(x)=x$ είναι $f'(x)=(x)'=1$ για κάθε x στο σύνολο $\mathbb{R}$ των πραγματικών αριθμών.

Μονάδες 8

Α2. **α.** Ποιες μεταβλητές λέγονται ποσοτικές; (μον. 3)

β. Πότε μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται διακριτή και πότε συνεχής; (μον. 4)

Μονάδες 7

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος,** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ισχύει $\left(\frac{1}{x}\right)'=\frac{1}{x^2}$, $x\in\mathbb{R}-\{0\}$.

β. Ισχύει $\left(f\left(g(x)\right)\right)'=f'\left(g(x)\right)\cdot g'(x)$, όπου f,g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

γ. Ο σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΠΑ.Λ
Κεντρικό Διδακτήριο: Βασ. Αμαλίας 1 & Μιλτιάδου, Πλατεία ΗΣΑΠ Αμαρουσίου, 151 22 Μαρούσι
τηλ.-fax: 210 8028560, 210 6129412 • www.exelixi.edu.gr • info@ekpedefsi.gr

δ. Σε κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, αν α_i συμβολίζει το τόξο του κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί στη συχνότητα ν_i, τότε $\alpha_i = \frac{\nu}{\nu_i} \cdot 360^o$ για $i = 1,2,...,\kappa$ και ν το μέγεθος του δείγματος.

ε. Αν $\lim\limits_{x \to x_o} f(x) = l_1$ και $\lim\limits_{x \to x_o} g(x) = l_2$, όπου l_1, l_2 πραγματικοί αριθμοί, τότε $\lim\limits_{x \to x_o} (f(x) g(x)) = l_1 l_2$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Οι τιμές ενός δείγματος είναι *11, 7, κ, 13, 11, 10* όπου $\kappa > 0$. Ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος είναι $CV = 20\%$ και η διακύμανσή του είναι $s^2 = 4$.

Β1. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$ του παραπάνω δείγματος.

Μονάδες 5

Β2. Αν $\bar{x} = 10$, να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού κ.

Μονάδες 7

Β3. Αν $\kappa = 8$, να υπολογίσετε τη διάμεσο (δ) (μον. 4) και το εύρος (R) (μον. 2) του παραπάνω δείγματος.

Μονάδες 6

Β4. Αν από κάθε τιμή του παραπάνω δείγματος αφαιρεθεί ο αριθμός 2, να εξετάσετε αν το δείγμα των νέων τιμών είναι ομοιογενές (μον. 5) και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας (μον. 2).

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x)=\sqrt{x^2-2x+10}\ ,\ x\in\mathbb{R}.$$

Γ1. Να δείξετε ότι $f'(x)=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+10}}$.

Μονάδες 3

Γ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία (μον. 5) και να δείξετε ότι $f(x)\geq 3$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$ (μον. 6).

Μονάδες 11

Γ3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ε της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $M\left(5,f(5)\right)$.

Μονάδες 6

Γ4. Αν A, B είναι τα σημεία τομής της εφαπτομένης ε με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα, να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Α (μον. 3) και Β (μον. 2).

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x)=x^3-3x^2+\lambda x,\ \text{όπου}\ \lambda\in\mathbb{R}\ \text{σταθερά.}$$

Δ1. Για $\lambda=3$ να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία (μον. 4) και να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(\dfrac{3}{8}\right)$ και $f\left(\dfrac{5}{6}\right)$ (μον. 3).

Μονάδες 7

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΠΑ.Λ
Κεντρικό Διδακτήριο: Βασ. Αμαλίας 1 & Μιλτιάδου, Πλατεία ΗΣΑΠ Αμαρουσίου, 151 22 Μαρούσι
τηλ.-fax: 210 8028560, 210 6129412 • www.exelixi.edu.gr • info@ekpedefsi.gr

Δ2. Για $\lambda = 3$ να υπολογίσετε το όριο:

$$\lim_{x \to 1} \frac{f'(x)}{\left(\sqrt{x} - 1\right) \cdot \left(x^2 - x\right)}.$$

Μονάδες 7

Δ3. Για $\lambda = 3$ να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f, στο οποίο η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε τη μικρότερη τιμή του λ για την οποία η συνάρτηση f δεν παρουσιάζει ακρότατα.

Μονάδες 5